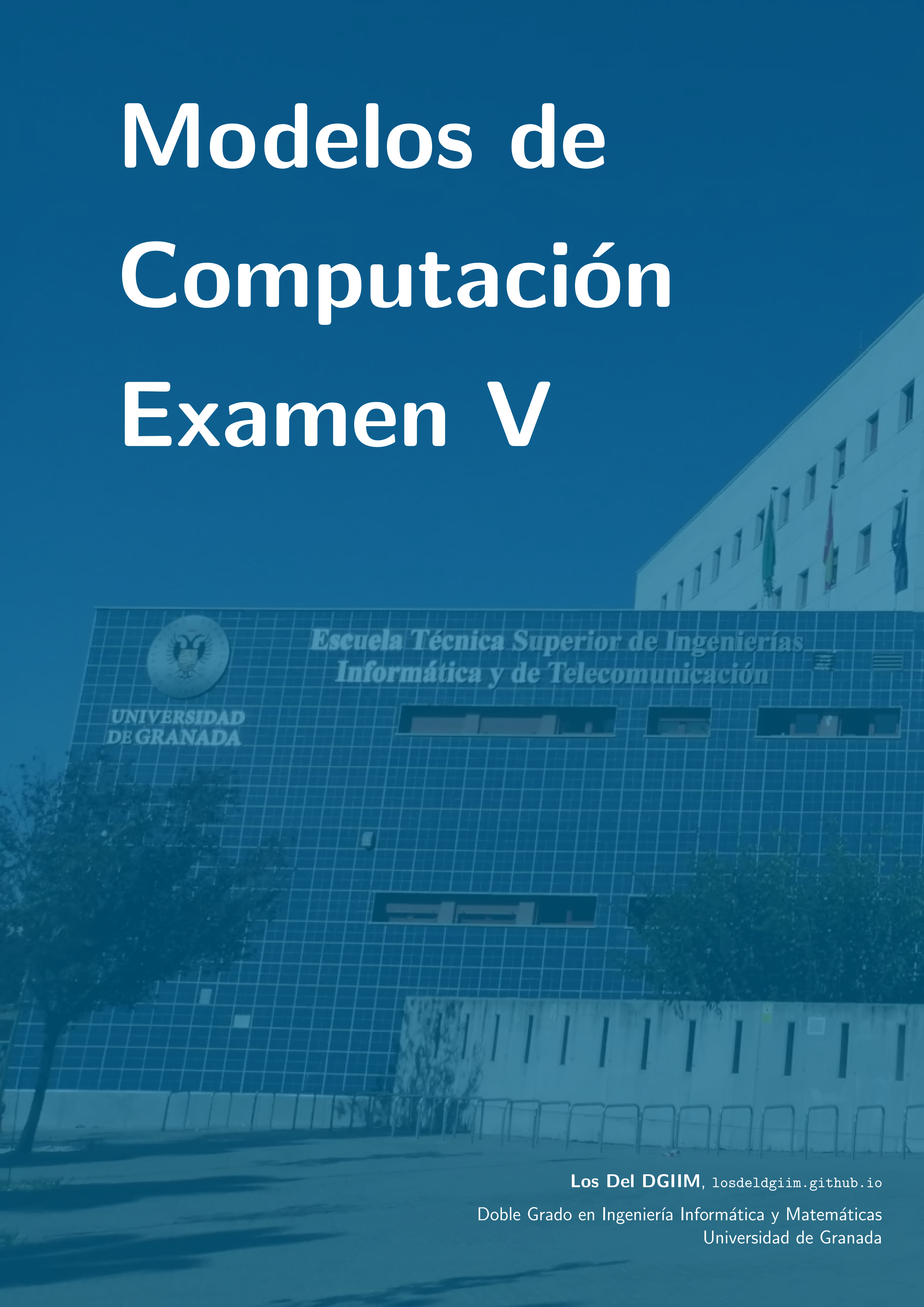
Modelos de Computación
Examen V



Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Modelos de Computación Examen V

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

Asignatura Modelos de Computación

Curso Académico 2022-23.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Descripción Parcial Tema 3.

Ejercicio 1. Razona si el siguiente lenguaje es regular o no:

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid |n_a(w) - n_b(w)| \text{ es un número primo}\}.$$

Para cada $n \in \mathbb{N}$, consideramos la palabra $z = a^{n+2}b^n \in L$, con $|z| = 2n+2 \geqslant n$. Para cada descomposición $z = uvw$ con $u, v, w \in \{a,b\}^*$, $|uv| \leqslant n$ y $|v| \geqslant 1$, tenemos que:

$$u = a^k, \quad v = a^l, \quad w = a^{n+2-k-l}b^n \qquad \text{con } 0 \leqslant k+l \leqslant n, \quad l \geqslant 1.$$

Para $i = 3$, tenemos que $uv^3w = a^{k+3l+n+2-k-l}b^n = a^{n+2+2l}b^n \notin L$, ya que:

$$n + 2 + 2l - n = 2 + 2l = 2(1+l) \text{ no es primo.}$$

Por tanto, $uv^3w \notin L$, y por el recíproco del Lema del Bombeo, L no es regular.

Ejercicio 2. Razona si el siguiente lenguaje es regular o no:

$$L = \{1^k u \mid u \in \{0,1\}^*, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}, n_1(u) \leqslant k\}.$$

Para cada $n \in \mathbb{N}$, consideramos la palabra $z = 1^n 0 1^n \in L$, con $|z| = 2n+1 \geqslant n$. Para cada descomposición $z = uvw$ con $u, v, w \in \{0,1\}^*$, $|uv| \leqslant n$ y $|v| \geqslant 1$, tenemos que:

$$u = 1^k, \quad v = 1^l, \quad w = 1^{n-k-l}01^n \qquad \text{con } 0 \leqslant k+l \leqslant n, \quad l \geqslant 1.$$

Para $i = 0$, tenemos que $uv^0w = 1^{k+n-k-l}01^n = 1^{n-l}01^n \notin L$, ya que:

$$n \leqslant n - l \Longleftrightarrow l \leqslant 0$$

pero esto sabemos que no es posible, ya que $l \geqslant 1$. Por tanto, $uv^0w \notin L$, y por el recíproco del Lema del Bombeo, L no es regular.

Ejercicio 3. Considera un alfabeto cualquiera A. Si L es un lenguaje regular sobre A y P es el lenguaje de todos los palíndromos, estudiar si $L \cap P$ es siempre regular, nunca lo es, o dependiendo del lenguaje L, unas veces lo es y otras no.

Depende del lenguaje L. Veámoslo con dos ejemplos:

- Si $L = \{a\}$, con $a \in A$, entonces L es regular por ser finito y $L \cap P = L$, que es regular.
- Si $L = A^*$, entonces $L \cap P = P$, que ya hemos visto que no es regular.

Por tanto, dependiendo del lenguaje L, $L \cap P$ puede ser regular o no.