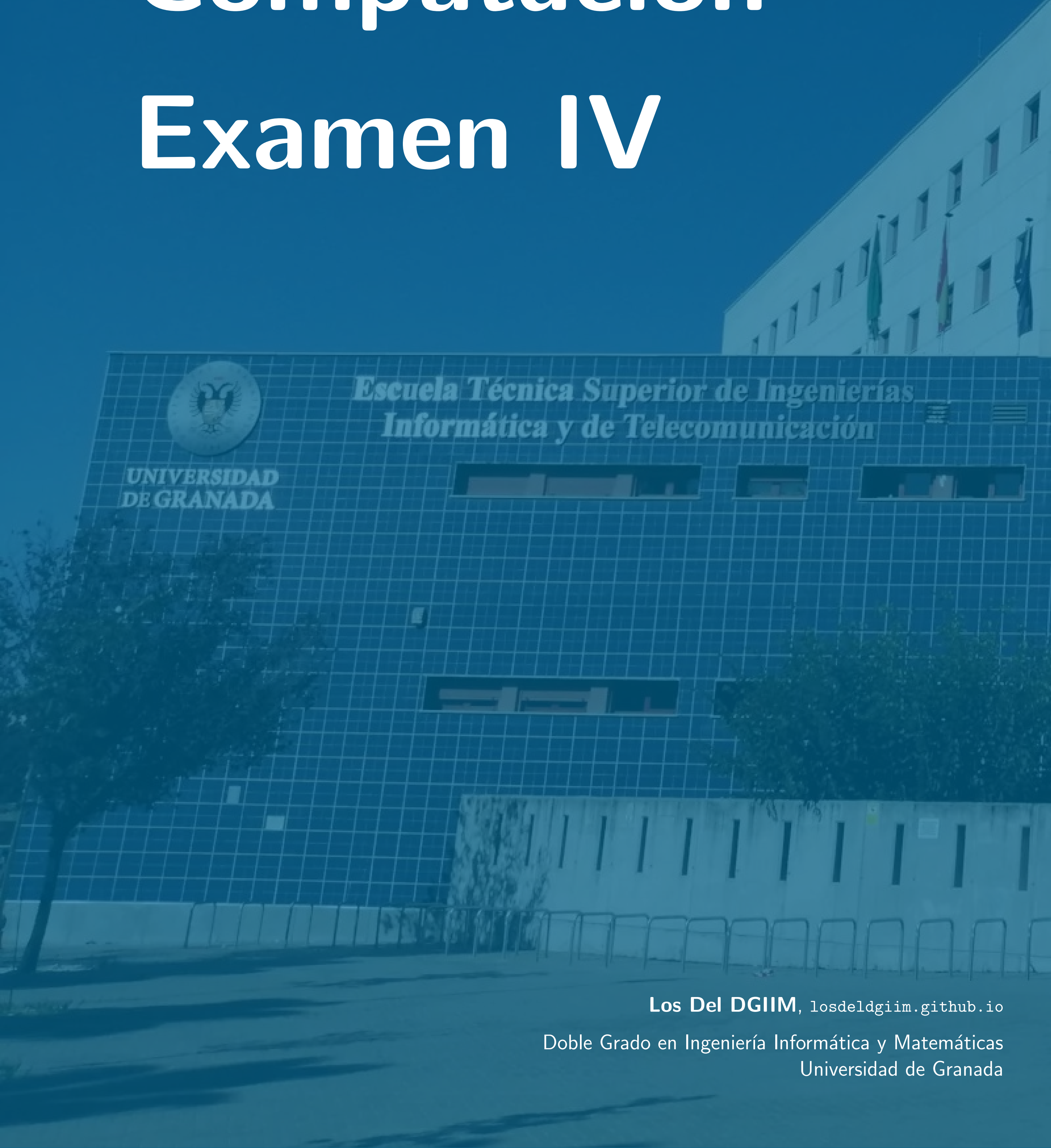
Modelos de Computación Examen IV



Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Modelos de Computación Examen IV

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

Asignatura Modelos de Computación

Curso Académico 2022-23.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Descripción Parcial Tema 2.

Ejercicio 1. Encuentra un AFD que acepte el lenguaje descrito por la expresión regular:

$$a + ac(a+b)^* + c(a+b+c)^*.$$

El AFND con transiciones nulas que optenemos usando el algoritmo viene descrito en la Figura 1.

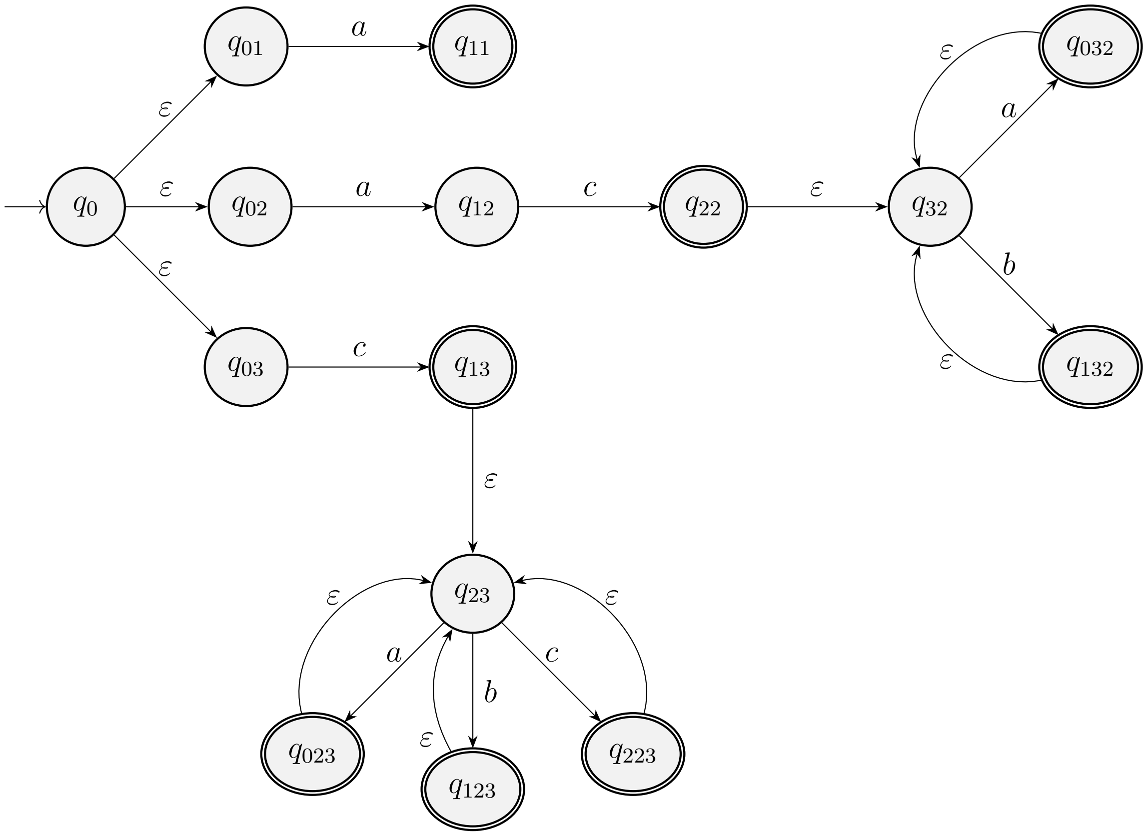


Figura 1: AFND con transiciones nulas que acepta el lenguaje del Ejercicio 1.

No obstante, este AFND es demasiado complejo y tiene demasiados estados, por lo que lo minimizamos antes de convertirlo en un AFD. El AFND minimizado se muestra en la Figura 2.

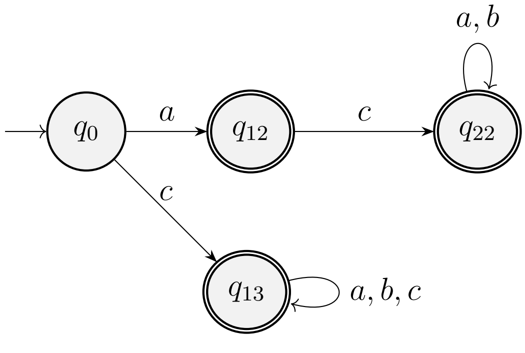


Figura 2: AFND minimizado que acepta el lenguaje del Ejercicio 1.

Finalmente, convertimos el AFND minimizado en un AFD, que se muestra en la Figura 3.

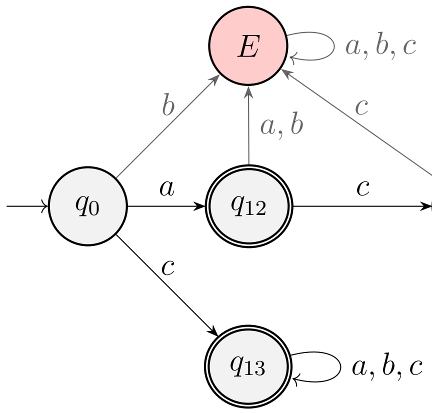


Figura 3: AFD que acepta el lenguaje del Ejercicio 1.

Ejercicio 2. Considera el lenguaje de todas las palabras en las que toda subcadena de 1's de longitud mayor o igual a 2 está precedida de una subcadena de 0's de cualquier longitud mayor o igual a 3. Encuentra un autómata finito, de cualquier tipo, que acepte este lenguaje.

Consideramos los siguientes estados:

- q_0: Estado inicial.
- q_1: Hemos leído un 1 que no está precedido por 3 o más 0's.
- q_2: Hemos leído solo un 0 consecutivo.
- q_3: Hemos leído dos 0's consecutivos.
- q_4: Hemos leído tres 0's consecutivos.
- q_5: He leído un 1 que está precedido por 3 o más 0's, por lo que puedo introducir más 1's.

El AFD que acepta el lenguaje descrito se muestra en la Figura 4.

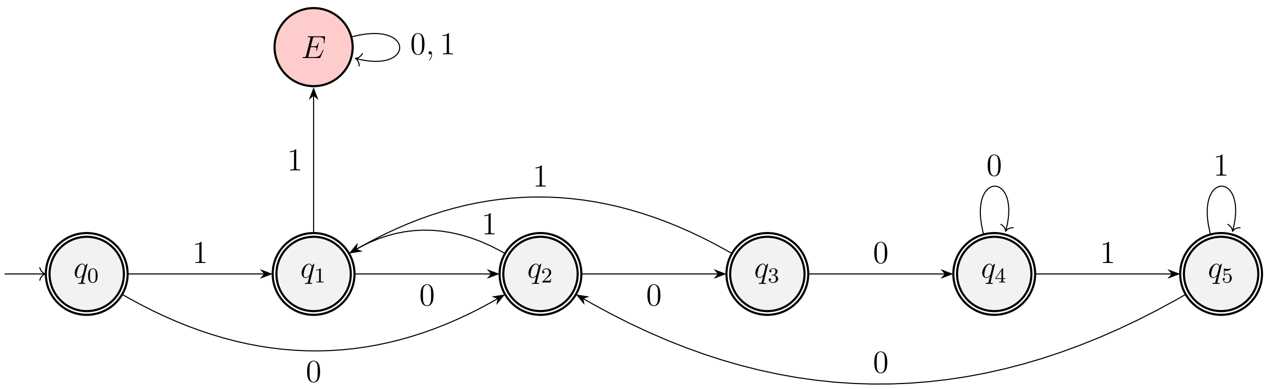


Figura 4: AFD que acepta el lenguaje del Ejercicio 2.

Ejercicio 3. Considera el lenguaje $L \subset \{a,b\}^*$ formada por las palabras en las que las a's y las b's están siempre alternadas. Ejemplos de palabras del lenguaje son:

$$\varepsilon, a, b, ab, ba, aba, bab, abab, baba \in L.$$

Ejemplos de palabras que no están en el lenguaje son:

$$bb, aa, abba \notin L.$$

Encontrar una expresión regular que genere el lenguaje L.

Obtenemos en primer lugar un AFD que acepte el lenguaje L. Este tiene los siguientes estados:

- q_0: Estado inicial.
- q_A: Estado en el que la última letra leída es una a.
- q_B: Estado en el que la última letra leída es una b.

Este AFD se muestra en la Figura 5.

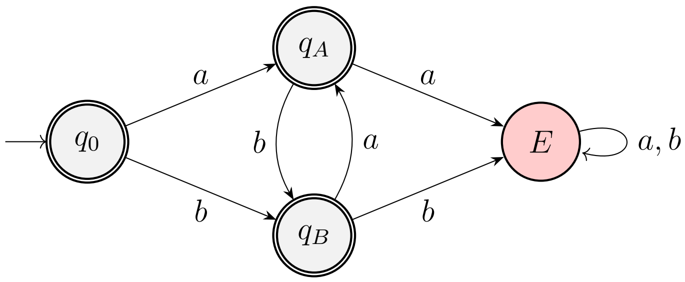


Figura 5: AFD que acepta el lenguaje del Ejercicio 3.

Para obtener la expresión regular que genera el lenguaje L, planteamos el sistema de ecuaciones que se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
q_0 &= aq_A + bq_B + \varepsilon,\\
q_A &= aE + bq_B + \varepsilon,\\
q_B &= aq_A + bE + \varepsilon,\\
E &= aE + bE = (a+b)E + \emptyset
\end{aligned}$$

Por el lema de Arden, tenemos que $E = (a+b)^*\emptyset = \emptyset$. Sustituyendo en las ecuaciones anteriores, obtenemos:

$$\begin{aligned}
q_0 &= aq_A + bq_B + \varepsilon,\\
q_A &= bq_B + \varepsilon,\\
q_B &= aq_A + \varepsilon.
\end{aligned}$$

Sustituyendo en valor de q_B, obtenemos:

$$\begin{aligned}
q_0 &= aq_A + b(aq_A + \varepsilon) + \varepsilon,\\
q_A &= b(aq_A + \varepsilon) + \varepsilon = baq_A + b + \varepsilon
\end{aligned}$$

Usando de nuevo el lema de Arden, tenemos que $q_A = (ba)^*(b+\varepsilon)$. Sustituyendo en la ecuación de q_0, obtenemos:

$$\begin{aligned} q_0 &= a(ba)^*(b+\varepsilon) + b(a(ba)^*(b+\varepsilon)+\varepsilon)+\varepsilon = \\ &= a(ba)^*(b+\varepsilon) + (ba)^+(b+\varepsilon) + b + \varepsilon \end{aligned}$$

Por lo tanto, la expresión regular que genera el lenguaje L es:

$$a(ba)^*(b+\varepsilon) + (ba)^+(b+\varepsilon) + b + \varepsilon.$$