

LMD

Examen VI



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

LMD

Examen VI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Roxana Acedo Parra

Granada, 2026

Asignatura Lógica y métodos discretos.

Curso Académico 2025-26.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Francisco Miguel García Olmedo.

Descripción Final extraordinario.

Fecha 17 de julio de 2026.

Duración 200 minutos.

Ejercicio 1. Basándose en la teoría de recurrencias lineales demuestre que $1 = 0.\hat{9}$.

Ejercicio 2. Haga razonadamente lo siguiente:

- a) Dé dos ejemplos de álgebra de Boole A con 256 elementos.
- b) Demuestre que cualquier álgebra de Boole A con 256 elementos es isomorfa al álgebra de Boole producto $B \times C$, siendo B (resp. C) un álgebra de Boole con 3 (resp. 5) átomos.

Ejercicio 3. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje de primer orden, Γ un conjunto de fórmulas de $\mathcal{L}$, c un símbolo de constante de $\mathcal{L}$ que no ocurre en los elementos de Γ y y un símbolo de variable de $\mathcal{L}$. Para toda fórmula φ , sea φ_c^y la fórmula que resulta de sustituir por c cada ocurrencia libre de y en φ y sea $\Gamma_c^y = \{\varphi_c^y : \varphi \in \Gamma\}$. Demuestre que son equivalentes las siguientes afirmaciones:

- a) Γ es insatisfacible.
- b) Γ_c^y es insatisfacible.

Ejercicio 4. Sabemos que un monoide $M = \langle M, \cdot, e \rangle$ es un álgebra de tipo $\langle 2, 0 \rangle$ que cumple las siguientes propiedades:

- a) Para todo $x, y, z \in M$, $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ (asociatividad)
- b) Para todo $x \in M$, $x \cdot e = x = e \cdot x$ (propiedad de elemento neutro)

Usando las técnicas de resolución lineal input estudiadas en la asignatura, demuestre que todo monoide $M = \langle M, \cdot, e \rangle$ en el que se cumpla la propiedad:

$$\text{para todo } x \in M, \quad x \cdot x = e$$

debe ser un monoide conmutativo, i.e., para todo $x, y \in M$ se cumple $x \cdot y = y \cdot x$.

Ejercicio 5. La siguiente matriz, A , debe ser la matriz de adyacencia de un grafo con 6 vértices, simple, sin lazos y no dirigido. Complétela razonadamente como sea conveniente en cada caso para que el grafo resultante sea como se pide en cada apartado:

- a) un árbol con 3 hojas (vértices de grado 1).
- b) regular de grado 2.
- c) conexo, no sea un árbol y no sea de Euler.
- d) tenga el mayor número posible de lados.
- e) tenga número cromático 3.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & * \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & * \\ * & * & * & * & * & * \end{pmatrix}$$